BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014

Môn: TOÁN; Khối A và Khối A1

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $y = -x$ bằng $\sqrt{2}$.

Câu 2 (1,0 *điểm*). Giải phương trình $\sin x + 4\cos x = 2 + \sin 2x$.

Câu 3 (1,0 *điểm*). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$.

Câu 4 (1,0 *điểm*).

a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z + (2+i)\,\overline{z} = 3 + 5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

b) Từ một hộp chứa 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z+3}{3}$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P). Viết phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD = \dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD).

Câu 7 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN = 3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD, biết rằng $M(1;2)$ và $N(2;-1)$.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{12-y} + \sqrt{y(12-x^2)} = 12 \\ x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{y-2} \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 9 (1,0 *điểm*). Cho x, y, z là các số thực không âm và thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

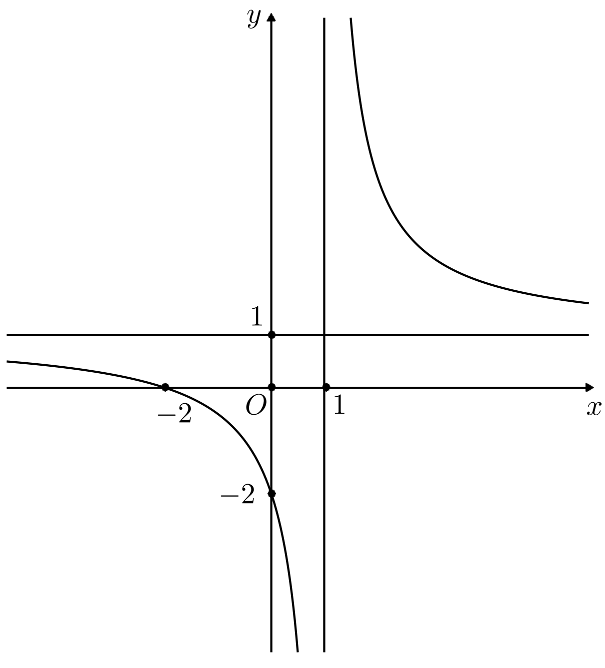
$$P = \frac{x^2}{x^2 + yz + x + 1} + \frac{y+z}{x+y+z+1} - \frac{1+yz}{9}.$$

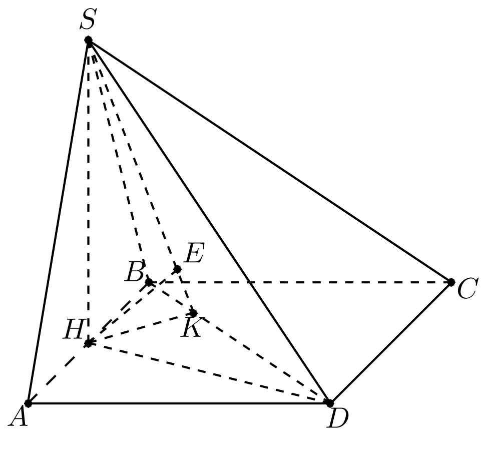
———**Hết**———

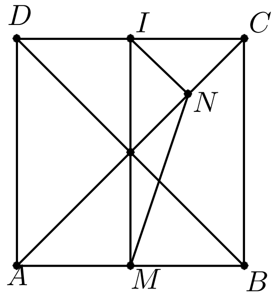
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: . . . . ; Số báo danh: . . . .

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014**
	Môn: TOÁN; Khối A và Khối A1
	(Đáp án - Thang điểm gồm 03 trang)

Câu	***Đáp án***	***Điểm***
1 (2,0đ)	**a)** (1,0 điểm)	
	• Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2}$; $y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.	0,25
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = 1$; tiệm cận ngang: $y = 1$. $\lim\limits_{x\to1^-} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$.	0,25
	- Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & - & \| & - & \\ \hline y & 1 & \searrow -\infty & \| & +\infty \searrow & 1 \end{array}$	0,25
	• Đồ thị:  	0,25
	b) (1,0 điểm)	
	$M \in (C) \Rightarrow M\Big(a; \dfrac{a+2}{a-1}\Big), a \neq 1$.	0,25
	Khoảng cách từ M đến đường thẳng $y = -x$ là $d = \dfrac{\Big\|a + \dfrac{a+2}{a-1}\Big\|}{\sqrt{2}}$.	0,25
	$d = \sqrt{2} \Leftrightarrow \|a^2 + 2\| = 2\|a-1\| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2 - 2a + 4 = 0 \\ a^2 + 2a = 0. \end{array}\right.$	0,25
	• $a^2 - 2a + 4 = 0$: phương trình vô nghiệm. • $a^2 + 2a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -2. \end{array}\right.$ Suy ra tọa độ điểm M cần tìm là: $M(0; -2)$ hoặc $M(-2; 0)$.	0,25

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
2 (1,0đ)	Phương trình đã cho tương đương với $\sin x + 4\cos x = 2 + 2\sin x\cos x$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sin x - 2)(2\cos x - 1) = 0.$	0,25
	• $\sin x - 2 = 0$: phương trình vô nghiệm.	0,25
	• $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z}).$ Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z}).$	0,25
3 (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ là $x^2 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2. \end{array}\right.$	0,25
	Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \displaystyle\int_1^2 \lvert x^2 - 3x + 2\rvert dx$	0,25
	$= \left\lvert \displaystyle\int_1^2 (x^2 - 3x + 2)dx \right\rvert = \left\lvert \left(\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + 2x\right)\Big\vert_1^2 \right\rvert$	0,25
	$= \dfrac{1}{6}.$	0,25
4 (1,0đ)	**a)** Đặt $z = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết suy ra $\begin{cases} 3a + b = 3 \\ a - b = 5 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow a = 2, b = -3$. Do đó số phức z có phần thực bằng 2, phần ảo bằng -3.	0,25
	b) Số phần tử của không gian mẫu là: $\mathrm{C}_{16}^4 = 1820.$	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố “4 thẻ được đánh số chẵn” là: $\mathrm{C}_8^4 = 70.$ Xác suất cần tính là $p = \dfrac{70}{1820} = \dfrac{1}{26}.$	0,25
5 (1,0đ)	Gọi M là giao điểm của d và (P), suy ra $M(2 + t; -2t; -3 + 3t)$.	0,25
	$M \in (P)$ suy ra $2(2 + t) + (-2t) - 2(-3 + 3t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{3}{2}$. Do đó $M\left(\dfrac{7}{2}; -3; \dfrac{3}{2}\right).$	0,25
	d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u} = (1; -2; 3)$, (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n} = (2; 1; -2)$. Mặt phẳng (α) cần viết phương trình có vectơ pháp tuyến $[\overrightarrow{u}, \overrightarrow{n}] = (1; 8; 5).$	0,25
	Ta có $A(2; 0; -3) \in d$ nên $A \in (\alpha)$. Do đó $(\alpha) : (x - 2) + 8(y - 0) + 5(z + 3) = 0$, nghĩa là $(\alpha) : x + 8y + 5z + 13 = 0.$	0,25
6 (1,0đ)	 Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $SH \perp (ABCD)$. Do đó $SH \perp HD$. Ta có $SH = \sqrt{SD^2 - DH^2}$ $= \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = a.$	0,25
	Suy ra $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{a^3}{3}.$	0,25
	Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên BD và E là hình chiếu vuông góc của H trên SK. Ta có $BD \perp HK$ và $BD \perp SH$, nên $BD \perp (SHK)$. Suy ra $BD \perp HE$. Mà $HE \perp SK$, do đó $HE \perp (SBD)$.	0,25
	Ta có $HK = HB.\sin\widehat{KBH} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}.$ Suy ra $HE = \dfrac{HS.HK}{\sqrt{HS^2 + HK^2}} = \dfrac{a}{3}.$ Do đó $d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD)) = 2HE = \dfrac{2a}{3}.$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
7 (1,0đ)	 Ta có $MN=\sqrt{10}$. Gọi a là độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$, $a>0$. Ta có $AM=\dfrac{a}{2}$ và $AN=\dfrac{3AC}{4}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$, nên $MN^2=AM^2+AN^2-2AM.AN.\cos\widehat{MAN}=\dfrac{5a^2}{8}$. Do đó $\dfrac{5a^2}{8}=10$, nghĩa là $a=4$.	0,25
	Gọi $I(x;y)$ là trung điểm của CD. Ta có $IM=AD=4$ và $IN=\dfrac{BD}{4}=\sqrt{2}$, nên ta có hệ phương trình $\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=16\\(x-2)^2+(y+1)^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1;y=-2\\x=\dfrac{17}{5};y=-\dfrac{6}{5}.\end{array}\right.$	0,25
	• Với $x=1;y=-2$ ta có $I(1;-2)$ và $\overrightarrow{IM}=(0;4)$. Đường thẳng CD đi qua I và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$, nên có phương trình $y+2=0$.	0,25
	• Với $x=\dfrac{17}{5};y=-\dfrac{6}{5}$ ta có $I\Big(\dfrac{17}{5};-\dfrac{6}{5}\Big)$ và $\overrightarrow{IM}=\Big(-\dfrac{12}{5};\dfrac{16}{5}\Big)$. Đường thẳng CD đi qua I và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$, nên có phương trình $3x-4y-15=0$.	0,25
8 (1,0đ)	$\begin{cases}x\sqrt{12-y}+\sqrt{y(12-x^2)}=12 & (1)\\x^3-8x-1=2\sqrt{y-2} & (2).\end{cases}$ Điều kiện: $-2\sqrt{3}\le x\le 2\sqrt{3};\ \ 2\le y\le 12$. Ta có $x\sqrt{12-y}\le\dfrac{x^2+12-y}{2}$ và $\sqrt{y(12-x^2)}\le\dfrac{y+12-x^2}{2}$ nên $x\sqrt{12-y}+\sqrt{y(12-x^2)}\le 12$. Do đó (1) $\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\y=12-x^2.\end{cases}$	0,25
	Thay vào (2) ta được $x^3-8x-1=2\sqrt{10-x^2}\Leftrightarrow x^3-8x-3+2(1-\sqrt{10-x^2})=0$ $\Leftrightarrow(x-3)\Big(x^2+3x+1+\dfrac{2(x+3)}{1+\sqrt{10-x^2}}\Big)=0\quad(3)$.	0,25
	Do $x\ge 0$ nên $x^2+3x+1+\dfrac{2(x+3)}{1+\sqrt{10-x^2}}>0$.	0,25
	Do đó (3) $\Leftrightarrow x=3$. Thay vào hệ và đối chiếu điều kiện ta được nghiệm: $(x;y)=(3;3)$.	0,25
9 (1,0đ)	Ta có $0\le(x-y-z)^2=x^2+y^2+z^2-2xy-2xz+2yz=2(1-xy-xz+yz)$, nên $x^2+yz+x+1=x(x+y+z+1)+(1-xy-xz+yz)\ge x(x+y+z+1)$. Suy ra $\dfrac{x^2}{x^2+yz+x+1}\le\dfrac{x}{x+y+z+1}$.	0,25
	Mặc khác, $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2x(y+z)+2yz=2+2yz+2x(y+z)$ $\le 2+2yz+[x^2+(y+z)^2]=4(1+yz)$. Do đó $P\le\dfrac{x+y+z}{x+y+z+1}-\dfrac{(x+y+z)^2}{36}$.	0,25
	Đặt $t=x+y+z$, suy ra $t\ge 0$ và $t^2=(x+y+z)^2=(x^2+y^2+z^2)+2xy+2yz+2zx$ $\le 2+(x^2+y^2)+(y^2+z^2)+(z^2+x^2)=6$. Do đó $0\le t\le\sqrt{6}$. Xét $f(t)=\dfrac{t}{t+1}-\dfrac{t^2}{36}$, với $0\le t\le\sqrt{6}$. Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{(t+1)^2}-\dfrac{t}{18}=-\dfrac{(t-2)(t^2+4t+9)}{18(t+1)^2}$, nên $f'(t)=0\Leftrightarrow t=2$.	0,25
	Ta có $f(0)=0$; $f(2)=\dfrac{5}{9}$ và $f(\sqrt{6})=\dfrac{31}{30}-\dfrac{\sqrt{6}}{5}$, nên $f(t)\le\dfrac{5}{9}$ khi $0\le t\le\sqrt{6}$. Do đó $P\le\dfrac{5}{9}$. Khi $x=y=1$ và $z=0$ thì $P=\dfrac{5}{9}$. Do đó giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{5}{9}$.	0,25

———**Hết**———