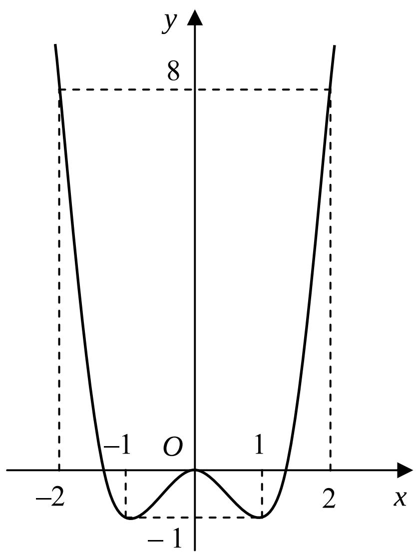
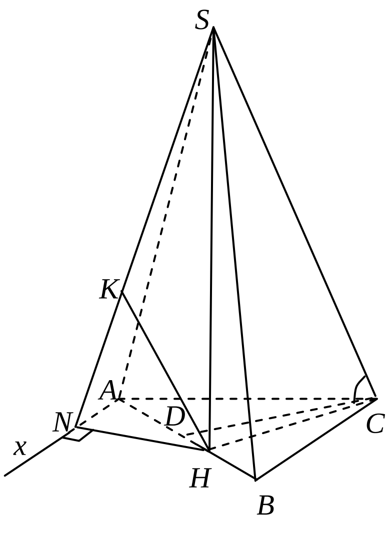
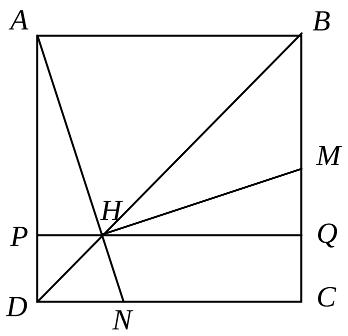
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

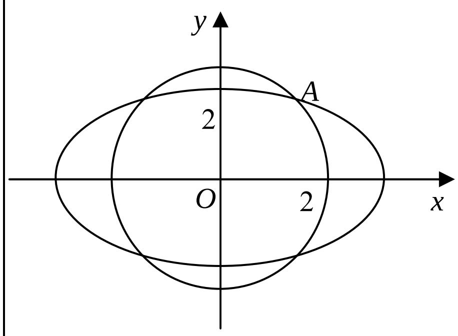
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012
Môn: TOÁN; Khối A và khối A1
(Đáp án – thang điểm gồm 04 trang)

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
1 **(2,0 *điểm*)**	**a) (1,0 *điểm*)**	
	Khi $m = 0$, ta có: $y = x^4 - 2x^2$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: – Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$.	***0,25***
	Các khoảng nghịch biến: $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$; các khoảng đồng biến: $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. – Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$, $y_{\text{CT}} = -1$; đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{\text{CĐ}} = 0$. – Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.	***0,25***
	– Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccccccc} x & -\infty & & -1 & & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & +\infty & \searrow & -1 & \nearrow & 0 & \searrow & -1 & \nearrow & +\infty \end{array}$	***0,25***
	• Đồ thị:  	***0,25***
	b) (1,0 *điểm*)	
	Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1)$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$ (*).	***0,25***
	Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0; m^2)$, $B(-\sqrt{m+1}; -2m-1)$ và $C(\sqrt{m+1}; -2m-1)$. Suy ra: $\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{m+1}; -(m+1)^2)$ và $\overrightarrow{AC} = (\sqrt{m+1}; -(m+1)^2)$.	***0,25***
	Ta có $AB = AC$ nên tam giác ABC vuông khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$	***0,25***
	$\Leftrightarrow (m+1)^4 - (m+1) = 0$. Kết hợp (*), ta được giá trị m cần tìm là $m = 0$.	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
2 **(1,0 điểm)**	Phương trình đã cho tương đương với $(\sqrt{3}\sin x+\cos x-1)\cos x=0.$	**0,25**
	• $\cos x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$	**0,25**
	• $\sqrt{3}\sin x+\cos x-1=0 \Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x=k2\pi$ hoặc $x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,\ x=k2\pi$ và $x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$	**0,25**
3 **(1,0 điểm)**	Hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases}(x-1)^3-12(x-1)=(y+1)^3-12(y+1) & (1)\\ \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=1. & (2)\end{cases}$	**0,25**
	Từ (2), suy ra $-1\le x-\frac{1}{2}\le 1$ và $-1\le y+\frac{1}{2}\le 1 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}\le x-1\le\frac{1}{2}$ và $-\frac{1}{2}\le y+1\le\frac{3}{2}.$ Xét hàm số $f(t)=t^3-12t$ trên $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right]$, ta có $f'(t)=3(t^2-4)<0$, suy ra $f(t)$ nghịch biến.	**0,25**
	Do đó (1) $\Leftrightarrow x-1=y+1 \Leftrightarrow y=x-2$ (3). Thay vào (2), ta được $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=1 \Leftrightarrow 4x^2-8x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ hoặc $x=\frac{3}{2}.$	**0,25**
	Thay vào (3), ta được nghiệm của hệ là $(x;\,y)=\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$ hoặc $(x;\,y)=\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right).$	**0,25**
4 **(1,0 điểm)**	Đặt $u=1+\ln(x+1)$ và $dv=\frac{dx}{x^2}$, suy ra $du=\frac{dx}{x+1}$ và $v=-\frac{1}{x}.$	**0,25**
	$I=-\frac{1+\ln(x+1)}{x}\Big\|_1^3+\int_1^3\frac{dx}{x(x+1)}$	**0,25**
	$=\frac{2+\ln 2}{3}+\int_1^3\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)dx=\frac{2+\ln 2}{3}+\ln\left\|\frac{x}{x+1}\right\|\Big\|_1^3$	**0,25**
	$=\frac{2}{3}+\ln 3-\frac{2}{3}\ln 2.$	**0,25**
5 **(1,0 điểm)**	 Ta có $\widehat{SCH}$ là góc giữa SC và (ABC), suy ra $\widehat{SCH}=60^o$. Gọi D là trung điểm của cạnh AB. Ta có: $HD=\frac{a}{6},\ CD=\frac{a\sqrt{3}}{2},$ $HC=\sqrt{HD^2+CD^2}=\frac{a\sqrt{7}}{3},\ SH=HC.\tan 60^o=\frac{a\sqrt{21}}{3}.$	**0,25**
	$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{21}}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{7}}{12}.$	**0,25**
	Kẻ $Ax//BC$. Gọi N và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên Ax và SN. Ta có $BC//(SAN)$ và $BA=\frac{3}{2}HA$ nên $d(SA,BC)=d(B,(SAN))=\frac{3}{2}d(H,(SAN)).$ Ta cũng có $Ax\perp(SHN)$ nên $Ax\perp HK$. Do đó $HK\perp(SAN)$. Suy ra $d(H,(SAN))=HK$.	**0,25**
	$AH=\frac{2a}{3},HN=AH\sin 60^o=\frac{a\sqrt{3}}{3},HK=\frac{SH.HN}{\sqrt{SH^2+HN^2}}=\frac{a\sqrt{42}}{12}.$ Vậy $d(SA,BC)=\frac{a\sqrt{42}}{8}.$	**0,25**

Câu	Đáp án	Điểm
6 (1,0 điểm)	Ta chứng minh $3^t \ge t+1, \forall t \ge 0$ (*). Xét hàm $f(t) = 3^t - t - 1$, có $f'(t) = 3^t \ln 3 - 1 > 0, \forall t \ge 0$ và $f(0) = 0$, suy ra (*) đúng. Áp dụng (*), ta có $3^{\|x-y\|} + 3^{\|y-z\|} + 3^{\|z-x\|} \ge 3 + \|x-y\| + \|y-z\| + \|z-x\|$.	***0,25***
	Áp dụng bất đẳng thức $\|a\| + \|b\| \ge \|a+b\|$, ta có: $(\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\|)^2 = \|x-y\|^2 + \|y-z\|^2 + \|z-x\|^2 + \|x-y\|(\|y-z\|+\|z-x\|) + \|y-z\|(\|z-x\|+\|x-y\|)$ $+\|z-x\|(\|x-y\|+\|y-z\|) \ge 2\left(\|x-y\|^2 + \|y-z\|^2 + \|z-x\|^2\right)$.	***0,25***
	Do đó $\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\| \ge \sqrt{2\left(\|x-y\|^2+\|y-z\|^2+\|z-x\|^2\right)} = \sqrt{6x^2+6y^2+6z^2-2\left(x+y+z\right)^2}$. Mà $x+y+z=0$, suy ra $\|x-y\|+\|y-z\|+\|z-x\| \ge \sqrt{6x^2+6y^2+6z^2}$.	***0,25***
	Suy ra $P = 3^{\|x-y\|} + 3^{\|y-z\|} + 3^{\|z-x\|} - \sqrt{6x^2+6y^2+6z^2} \ge 3$. Khi $x=y=z=0$ thì dấu bằng xảy ra. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 3.	***0,25***
7.a (1,0 điểm)	 Gọi H là giao điểm của AN và BD. Kẻ đường thẳng qua H và song song với AB, cắt AD và BC lần lượt tại P và Q. Đặt $HP = x$. Suy ra $PD = x$, $AP = 3x$ và $HQ = 3x$. Ta có $QC = x$, nên $MQ = x$. Do đó $\Delta AHP = \Delta HMQ$, suy ra $AH \perp HM$.	***0,25***
	Hơn nữa, ta cũng có $AH = HM$. Do đó $AM = \sqrt{2}MH = \sqrt{2}d(M,(AN)) = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.	***0,25***
	$A \in AN$, suy ra $A(t;\, 2t-3)$. $MA = \dfrac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \left(t - \dfrac{11}{2}\right)^2 + \left(2t - \dfrac{7}{2}\right)^2 = \dfrac{45}{2}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = 4$. Vậy: $A(1;-1)$ hoặc $A(4;5)$.	***0,25***
8.a (1,0 điểm)	Véc tơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{a} = (1;\, 2;\, 1)$. Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $IH \perp AB$. Ta có $H \in d$ nên tọa độ H có dạng $H(t-1; 2t; t+2) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = (t-1; 2t; t-1)$.	***0,25***
	$IH \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IH}.\overrightarrow{a} = 0 \Leftrightarrow t - 1 + 4t + t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(-\dfrac{2}{3}; \dfrac{2}{3}; -\dfrac{2}{3}\right)$.	***0,25***
	Tam giác IAH vuông cân tại H, suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{2}IH = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.	***0,25***
	Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là (S): $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \dfrac{8}{3}$.	***0,25***
9.a (1,0 điểm)	$5C_n^{n-1} = C_n^3 \Leftrightarrow 5n = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow n = 7$ (vì n nguyên dương).	***0,25***
	Khi đó $\left(\dfrac{nx^2}{14} - \dfrac{1}{x}\right)^n = \left(\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^{7} C_7^k \left(\dfrac{x^2}{2}\right)^{7-k} \left(-\dfrac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{7} \dfrac{(-1)^k C_7^k}{2^{7-k}} x^{14-3k}$.	***0,25***
	Số hạng chứa x^5 tương ứng với $14 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 3$. Do đó số hạng cần tìm là $\dfrac{(-1)^3.C_7^3}{2^4}x^5 = -\dfrac{35}{16}x^5$.	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
7.b **(1,0 *điểm*)**	 Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$ với $a>b>0$ và $2a=8.$ Suy ra $a=4.$	**0,25**
	Do (E) và (C) cùng nhận Ox và Oy làm trục đối xứng và các giao điểm là các đỉnh của một hình vuông nên (E) và (C) có một giao điểm với tọa độ dạng $A(t;\, t),\ t>0.$	**0,25**
	$A\in(C)\Leftrightarrow t^2+t^2=8,$ suy ra $t=2.$	**0,25**
	$A(2;2)\in(E)\ \Leftrightarrow\ \frac{4}{16}+\frac{4}{b^2}=1\ \Leftrightarrow\ b^2=\frac{16}{3}.$ Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{\frac{16}{3}}=1.$	**0,25**
8.b **(1,0 *điểm*)**	M thuộc d, suy ra tọa độ của M có dạng $M(2t-1;\, t;\, t+2)$.	**0,25**
	MN nhận A là trung điểm, suy ra $N(3-2t;\, -2-t;\, 2-t)$.	**0,25**
	$N\in(P)\Leftrightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0\Leftrightarrow t=2,$ suy ra $M(3;\, 2;\, 4)$.	**0,25**
	Đường thẳng Δ đi qua A và M có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}.$	**0,25**
9.b **(1,0 *điểm*)**	Đặt $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R}),\ z\neq -1.$ Ta có $\frac{5(\overline{z}+i)}{z+1}=2-i\Leftrightarrow(3a-b-2)+(a-7b+6)i=0$	**0,25**
	$\Leftrightarrow\begin{cases}3a-b-2=0\\a-7b+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1.\end{cases}$	**0,25**
	Do đó $z=1+i.$ Suy ra $w=1+z+z^2=1+1+i+(1+i)^2=2+3i.$	**0,25**
	Vậy $\lvert w\rvert=\lvert 2+3i\rvert=\sqrt{13}.$	**0,25**

------------- **HẾT** -------------