

Câu	Nội dung	Điểm																			
I		2,00																			
1	<p>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1,00 điểm)</p> <p>Khi <math>m = 1</math> hàm số trở thành: <math>y = \frac{x^2 + x - 2}{x + 3} = x - 2 + \frac{4}{x + 3}</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>TXĐ: <math>D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}</math>.</li> <li>Sự biến thiên: <math>y' = 1 - \frac{4}{(x+3)^2} = \frac{x^2 + 6x + 5}{(x+3)^2}</math>, <math>y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \end{cases}</math></li> <li><math>y_{CD} = y(-5) = -9</math>, <math>y_{CT} = y(-1) = -1</math>.</li> </ul> <p>• TCD: <math>x = -3</math>, TCX: <math>y = x - 2</math>.</p> <p>• Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-5</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-9</td> <td><math>+\infty</math></td> <td>-1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p>• Đồ thị:</p>	x	$-\infty$	-5	-3	-1	$+\infty$	y'	+	0	-	-	0	+	y	$-\infty$	-9	$+\infty$	-1	$+\infty$	0,25 0,25 0,25
x	$-\infty$	-5	-3	-1	$+\infty$																
y'	+	0	-	-	0	+															
y	$-\infty$	-9	$+\infty$	-1	$+\infty$																
2	<p>Tìm các giá trị của tham số <math>m</math> ... (1,00 điểm)</p> <p><math>y = \frac{mx^2 + (3m^2 - 2)x - 2}{x + 3m} = mx - 2 + \frac{6m - 2}{x + 3m}</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Khi <math>m = \frac{1}{3}</math> đồ thị hàm số không tồn tại hai tiệm cận.</li> <li>Khi <math>m \neq \frac{1}{3}</math> đồ thị hàm số có hai tiệm cận :  <math>d_1: x = -3m \Leftrightarrow x + 3m = 0</math>, <math>d_2: y = mx - 2 \Leftrightarrow mx - y - 2 = 0</math>.</li> </ul> <p>Vecto pháp tuyến của <math>d_1, d_2</math> lần lượt là <math>\vec{n}_1 = (1; 0)</math>, <math>\vec{n}_2 = (m; -1)</math>.                      Góc giữa <math>d_1</math> và <math>d_2</math> bằng <math>45^\circ</math> khi và chỉ khi</p> $\cos 45^\circ = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1  \cdot  \vec{n}_2 } = \frac{ m }{\sqrt{m^2 + 1}} \Leftrightarrow \frac{ m }{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow m = \pm 1.$	0,25 0,25 0,50																			

II			2,00
1	Giải phương trình lượng giác (1,00 điểm)		
	<p>Điều kiện <math>\sin x \neq 0</math> và <math>\sin(x - \frac{3\pi}{2}) \neq 0</math>.</p> <p>Phương trình đã cho tương đương với: <math>\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = -2\sqrt{2}(\sin x + \cos x)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (\sin x + \cos x) \left( \frac{1}{\sin x \cos x} + 2\sqrt{2} \right) = 0</math>.</p>		0,50
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi</math>.</li> <li><math>\frac{1}{\sin x \cos x} + 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\pi</math> hoặc <math>x = \frac{5\pi}{8} + k\pi</math>.</li> </ul> <p>Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là :</p> <p><math>x = -\frac{\pi}{4} + k\pi</math>; <math>x = -\frac{\pi}{8} + k\pi</math>; <math>x = \frac{5\pi}{8} + k\pi</math> (<math>k \in \mathbb{Z}</math>).</p>		0,50
2	Giải hệ... (1,00 điểm)		
	$\begin{cases} x^2 + y + x^3y + xy^2 + xy = -\frac{5}{4} \\ x^4 + y^2 + xy(1+2x) = -\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y + xy + xy(x^2 + y) = -\frac{5}{4} \\ (x^2 + y)^2 + xy = -\frac{5}{4} \end{cases} (*)$ <p>Đặt <math>\begin{cases} u = x^2 + y \\ v = xy \end{cases}</math>. Hệ phương trình (*) trở thành <math>\begin{cases} u + v + uv = -\frac{5}{4} \\ u^2 + v = -\frac{5}{4} \end{cases}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} v = -\frac{5}{4} - u^2 \\ u^3 + u^2 + \frac{u}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0, v = -\frac{5}{4} \\ u = -\frac{1}{2}, v = -\frac{3}{2} \end{cases}</math></p>		0,50
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Với <math>u = 0, v = -\frac{5}{4}</math> ta có hệ pt <math>\begin{cases} x^2 + y = 0 \\ xy = -\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{5}{4}}</math> và <math>y = -\sqrt[3]{\frac{25}{16}}</math>.</li> <li>Với <math>u = -\frac{1}{2}, v = -\frac{3}{2}</math> ta có hệ phương trình <math>\begin{cases} x^2 - \frac{3}{2x} + \frac{1}{2} = 0 \\ y = -\frac{3}{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 + x - 3 = 0 \\ y = -\frac{3}{2x} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1</math> và <math>y = -\frac{3}{2}</math>.</li> </ul> <p>Hệ phương trình có 2 nghiệm : <math>\left( \sqrt[3]{\frac{5}{4}}; -\sqrt[3]{\frac{25}{16}} \right)</math> và <math>\left( 1; -\frac{3}{2} \right)</math>.</p>		0,50
III			2,00
1	Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d (1,00 điểm)		
	<p>Đường thẳng d có vectơ chỉ phương <math>\vec{u}(2;1;2)</math>. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d, suy ra <math>H(1+2t; t; 2+2t)</math> và <math>\overline{AH} = (2t-1; t-5; 2t-1)</math>.</p>		0,50
	<p>Vì <math>AH \perp d</math> nên <math>\overline{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + t-5 + 2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 1</math>.</p> <p>Suy ra <math>H(3;1;4)</math>.</p>		0,50

2	Viết phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ chứa d sao cho... (1,00 điểm)													
	<p>Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng <math>(\alpha)</math>.</p> <p>Ta có <math>d(A, (\alpha)) = AK \leq AH</math> (tính chất đường vuông góc và đường xiên). Do đó khoảng cách từ A đến <math>(\alpha)</math> lớn nhất khi và chỉ khi <math>AK = AH</math>, hay <math>K \equiv H</math>.</p>	0,50												
	<p>Suy ra <math>(\alpha)</math> qua H và nhận vector <math>\overline{AH} = (1; -4; 1)</math> làm vector pháp tuyến.</p> <p>Phương trình của <math>(\alpha)</math> là</p> $1(x-3) - 4(y-1) + 1(z-4) = 0 \Leftrightarrow x - 4y + z - 3 = 0.$	0,50												
IV		2,00												
1	Tính tích phân... (1,00 điểm)													
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\operatorname{tg}^4 x}{\cos 2x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\operatorname{tg}^4 x}{(1 - \operatorname{tg}^2 x) \cos^2 x} dx.$ <p>Đặt <math>t = \operatorname{tg} x \Rightarrow dt = \frac{dx}{\cos^2 x}</math>. Với <math>x = 0</math> thì <math>t = 0</math>; với <math>x = \frac{\pi}{6}</math> thì <math>t = \frac{1}{\sqrt{3}}</math>.</p>	0,25												
	<p>Suy ra</p> $I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{t^4}{1-t^2} dt = -\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} (t^2 + 1) dt + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \left( \frac{1}{t+1} - \frac{1}{t-1} \right) dt = \left( -\frac{t^3}{3} - t + \frac{1}{2} \ln \left  \frac{t+1}{t-1} \right  \right) \Bigg _0^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$	0,50												
	$= \frac{1}{2} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{10}{9\sqrt{3}}.$	0,25												
2	Tìm các giá trị của m... (1,00 điểm)													
	<p>Điều kiện: <math>0 \leq x \leq 6</math>.</p> <p>Đặt vế trái của phương trình là <math>f(x)</math>, <math>x \in [0; 6]</math>.</p> <p>Ta có <math>f'(x) = \frac{1}{2\sqrt[4]{(2x)^3}} + \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{2\sqrt[4]{(6-x)^3}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}}</math></p> $= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}} \right) + \left( \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \right), \quad x \in (0; 6).$ <p>Đặt <math>u(x) = \left( \frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}} \right)</math>, <math>v(x) = \left( \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \right)</math>.</p> <p>Ta thấy <math>u(2) = v(2) = 0 \Rightarrow f'(2) = 0</math>. Hơn nữa <math>u(x), v(x)</math> cùng dương trên khoảng <math>(0; 2)</math> và cùng âm trên khoảng <math>(2; 6)</math>.</p>	0,50												
	<p>Ta có bảng biến thiên:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f'(x)</math></td> <td style="padding: 5px;">  </td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-   </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>3\sqrt{2} + 6</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\sqrt[4]{12} + 2\sqrt{3}</math></td> </tr> </table> <p>Suy ra các giá trị cần tìm của m là: <math>2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6} \leq m &lt; 3\sqrt{2} + 6</math>.</p>	x	0	2	6	$f'(x)$		+	-	$f(x)$	$2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6}$	$3\sqrt{2} + 6$	$\sqrt[4]{12} + 2\sqrt{3}$	0,50
x	0	2	6											
$f'(x)$		+	-											
$f(x)$	$2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6}$	$3\sqrt{2} + 6$	$\sqrt[4]{12} + 2\sqrt{3}$											

V.a		2,00
1	Viết phương trình chính tắc của elíp... (1,00 điểm)	
	<p>Gọi phương trình chính tắc của elíp (E) là: <math>\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a &gt; b &gt; 0.</math></p> <p>Từ giả thiết ta có hệ phương trình: <math display="block">\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ 2(2a + 2b) = 20 \\ c^2 = a^2 - b^2. \end{cases}</math></p>	0,50
	<p>Giải hệ phương trình trên tìm được <math>a = 3</math> và <math>b = 2.</math></p> <p>Phương trình chính tắc của (E) là <math>\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.</math></p>	0,50
2	Tìm số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, \dots, a_n \dots$ (1,00 điểm)	
	<p>Đặt <math>f(x) = (1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \Rightarrow a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^n.</math></p> <p>Từ giả thiết suy ra <math>2^n = 4096 = 2^{12} \Leftrightarrow n = 12.</math></p>	0,50
	<p>Với mọi <math>k \in \{0, 1, 2, \dots, 11\}</math> ta có <math>a_k = 2^k C_{12}^k, a_{k+1} = 2^{k+1} C_{12}^{k+1}</math></p> $\frac{a_k}{a_{k+1}} < 1 \Leftrightarrow \frac{2^k C_{12}^k}{2^{k+1} C_{12}^{k+1}} < 1 \Leftrightarrow \frac{k+1}{2(12-k)} < 1 \Leftrightarrow k < \frac{23}{3}.$ <p>Mà <math>k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \leq 7.</math> Do đó <math>a_0 &lt; a_1 &lt; \dots &lt; a_7.</math></p> <p>Tương tự, <math>\frac{a_k}{a_{k+1}} &gt; 1 \Leftrightarrow k &gt; 7.</math> Do đó <math>a_8 &gt; a_9 &gt; \dots &gt; a_{12}.</math></p> <p>Số lớn nhất trong các số <math>a_0, a_1, \dots, a_{12}</math> là <math>a_8 = 2^8 C_{12}^8 = 126720.</math></p>	0,50
V.b		2,00
1	Giải phương trình logarit... (1,00 điểm)	
	<p>Điều kiện: <math>x &gt; \frac{1}{2}</math> và <math>x \neq 1.</math></p> <p>Phương trình đã cho tương đương với</p> $\log_{2x-1}(2x-1)(x+1) + \log_{x+1}(2x-1)^2 = 4$ $\Leftrightarrow 1 + \log_{2x-1}(x+1) + 2\log_{x+1}(2x-1) = 4.$ <p>Đặt <math>t = \log_{2x-1}(x+1),</math> ta có <math>t + \frac{2}{t} = 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2. \end{cases}</math></p>	0,50
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Với <math>t = 1 \Leftrightarrow \log_{2x-1}(x+1) = 1 \Leftrightarrow 2x-1 = x+1 \Leftrightarrow x = 2.</math></li> <li>Với <math>t = 2 \Leftrightarrow \log_{2x-1}(x+1) = 2 \Leftrightarrow (2x-1)^2 = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = \frac{5}{4} \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}</math></li> </ul> <p>Nghiệm của phương trình là: <math>x = 2</math> và <math>x = \frac{5}{4}.</math></p>	0,50

2	Tính thể tích và tính góc... (1,00 điểm)	
	<div data-bbox="549 129 1145 548" data-label="Image"> </div> <p data-bbox="323 593 694 629">Gọi H là trung điểm của BC.</p> <p data-bbox="323 651 1061 723">Suy ra <math>A'H \perp (ABC)</math> và <math>AH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 3a^2} = a</math>.</p> <p data-bbox="323 745 965 790">Do đó <math>A'H^2 = A'A^2 - AH^2 = 3a^2 \Rightarrow A'H = a\sqrt{3}</math>.</p> <p data-bbox="323 813 821 891">Vậy <math>V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{a^3}{2}</math> (đvtt).</p>	0,50
	<p data-bbox="323 969 1316 1048">Trong tam giác vuông <math>A'B'H</math> có: <math>HB' = \sqrt{A'B'^2 + A'H^2} = 2a</math> nên tam giác <math>B'BH</math> cân tại <math>B'</math>.</p> <p data-bbox="323 1070 1157 1115">Đặt <math>\varphi</math> là góc giữa hai đường thẳng <math>AA'</math> và <math>B'C'</math> thì <math>\varphi = \widehat{B'BH}</math></p> <p data-bbox="323 1137 614 1216">Vậy <math>\cos\varphi = \frac{a}{2.2a} = \frac{1}{4}</math>.</p>	0,50

*Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định.*

-----Hết-----